APLICACIONS DE LES DERIVADES

1. Estudiau la funció $f(x)=3(x+1)^4$ en un entorn de $x=-1$. [mínim i còncava]

2. Trobau els màxims i els mínims relatius de les funcions:

a) $f(x)=(x-1)^2(x+1)^3$

b) $f(x)=|x+1|-|x^2+3|$

c) $f(x)=e^{3x}(x+2)^6$

d) $f(x)=e^x sinx$ en $(-2\pi,2\pi)$

[a) $x=\frac{1}{5}$ M, $x=1$ m ; b) $x=\frac{1}{2}$ m ; c) $x=-4$ M, $x=2$ m ;

d) $x=\frac{5}{4}\pi,\frac{3}{4}\pi$ M, $x=\frac{-\pi}{4},\frac{7}{4}\pi$ m]

3. Amb un filferro de 10 cm volem construir un triangle equilàter i un semicercle. Indica com s'ha de tallar el filferro perquè la suma de les superfícies sigui mínima.

[$x=\dfrac{180\pi}{\sqrt{3}(\pi+2)^2+18\pi}$ $y=\dfrac{10\sqrt{3}(\pi+2)^2}{\sqrt{3}(\pi+2)^2+18\pi}$]

4. La resistència d'una biga de fusta amb secció rectangular, és directament proporcional a l'amplària i al quadrat de l'altura. Quines són les dimensions de més resistència d'una biga que es pot obtenir d'un arbre de diàmetre D.

D. [$x=\dfrac{D\sqrt{3}}{3}$, $y=\dfrac{D\sqrt{6}}{3}$]

5. Una fàbrica situada a 12 Km de la vora d'un riu rectil.lini, ha de transportar els seus productes a una ciutat situada a la vora del riu i a 80 km del punt d'aquest més proper a la fàbrica. El transport de mercaderies en camió costa 130 pessetes per tona i km, i el transport en gavarra per riu costa 50 pessetes per tona i km. En quin punt de la vora s'hauria de carregar la mercaderia en gavarres perquè el cost total del transport fos mínim. [$x=5$ Km , $c=5.440$ pta/tn.]

6. Els marges d'un riu tenen per equacions $x-y=2$, $x-y=-2$. Dos pobles $A(-3,2)$ i $B(4,0)$ s'han d'unir per una línia fèrrea que travessarà el riu perpendicularment. En quin punt d'ambdues voravies es construirà el pont a fi que el trajecte sigui mínim? [$c(0,2)$ $o(2,0)$]

7. En una carrera pel desert un cotxe ha d'anar des de la ciutat A fins l'oasi P situat a 500 Km de A. Pot aprofitar una carretera recta que uneix les ciutats A i B i que li permet anar a 100km/h, mentre que pel desert la velocitat és de 60 Km/h. Sabent que la distància més curta de P a la carretera que uneix les ciutats A i B és de 300 Km, determinar la ruta que ha d'emprar per anar de A a P en el menor temps possible. [Distància mínima $=375$ km]

8. A 10 Km de casa teva te n'adones que has deixat el grifó amollat, que et costa 10 pessetes l'hora. Tornar a casa teva a una velocitat constant x km/h et costa en combustible $(9+\frac{x}{10})$ pta per km.

a) Quan et costa tornar a casa a x Km/h (en combustible)?
b) Quant temps necessites per arribar a casa teva si viatges a aquesta velocitat?
c) Quan et costa el consum d'aigua mentre tornes a casa?
d) A quina velocitat has de tornar a casa perquè el consum d'aigua i combustible sigui mínim?

$[x=10 \text{ i Cost}=110pta]$

9. Esbrina com ha de ser un triangle isòscel d'àrea màxima inscrit a una circumferència de radi r .[$x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ i $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$].

10. Dividiu un segment de 60 cm en dues parts, amb la propietat que la suma de les àrees dels triangles equilàters construït sobre ells sigui mínima. $[x=y=30]$

11. Quins valors han de prendre a,b,c i d per a què la funció $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tengui un punt crític a P (1, 3) i un punt d'inflexió amb tangent d'equació $y=2x$ a l'origen? $\left[a=-\frac{3}{2},\ b=0,\ c=2,\ d=\frac{5}{2}\right]$

12. Trobau el punt de la hipèrbola $4x^2-3y^2=9$ més proper a l'origen. $\left[(\frac{3}{2},0),(-\frac{3}{2},0)\right]$.

13. Trobau les dimensions d'una caixa de base quadrada i sense tapa tal que la seva superfície sigui de 300 cm^2 i que tengui la màxima capacitat possible. $[x=10, u=5]$

14. Donat el punt P (2,3), dibuixau la recta que passa per ell i que formi amb els semieixos positius un triangle d'àrea màxima. $[3x+2y-12=0]$.

15. S'ha de construir un llindar per una finestra que ha de tenir 1 m^2 de llum. El cost del llindar s'estima en 400 pessetes per cada metre d'alt i 225 pessetes per cada metre d'ample. Quines són les dimensions del llindar més econòmic? $\left[x=\frac{3}{4}m, y=\frac{4}{3}m\right]$

16. Un mirall pla que tenia forma de quadrat de 80 cm de costat s'ha romput per un cantó segons una recta . Un tros té forma de triangle rectangle de catets 40 i 32 cm. Trobar les dimensions del mirall rectangular d'àrea màxima que es pot retallar de l'altre tros, de manera que els costats del nou mirall siguin paral.lels als del primer? $[x=70, y=56]$