GEOMETRIA

1. Trobau de manera raonada el punt del pla $5x-14y+2z+9=0$ que està més pròxim al punt $P(-2,15,-7)$ [$Q(3,1,-5)$].
2. Donats els punts $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ i $C(0,0,3)$, trobau la recta que passa per A i B. Trobau també el pla que passa per C i és perpendicular a la recta trobada anterioment i el punt de tall entre recta i pla. [a) $r_{AB}: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{0}$ b) π : $-x+2y=0$ c) $q(4/5,2/5,0)$].
3. Trobau raonadament la distància del punt $(1,2,-2)$ a la recta $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$. [$d = \dfrac{\sqrt{30}}{3}$].
4. trobau l'angle que formen la recta $\left.\begin{matrix} x+y=1 \\ x+z=2 \end{matrix}\right\}$ i el pla $z=0$. [$\alpha=35,26°$].
5. Un punt P es mou damunt la recta $(x,y,z)=(2t,1-t,3t)$, un altre Q sobre la recta $(x,y,z)=(1-2s,1-s,1+s)$. Es demana :a) Quina relació ha d'existir entre t i s per què la recta PQ sigui paral.lela al pla $z=0$. [$s=3t-1$]. b) Suposada la relació anterior, comprovau que els punts mig del segment PQ determinen una recta.
6. Siguin les rectes $r: \begin{cases} 2x-y=5 \\ y+z=1 \end{cases}$ *i* $s: \begin{cases} x+2y-3z+7=0 \\ 2x+5y+z=8 \end{cases}$ trobau l'equació de la recta que passi per l'origen i talli ambdues rectes. $\left[\begin{cases} -2x+6y+5z=0 \\ 22x+51y-17z=0 \end{cases}\right]$.
7. Trobau les coordenades del punt simètric del punt $P(a,b,c)$ respecte del pla $Ax+By+Cz+D=0$. $\left[x' = \dfrac{a(-A^2+B^2+C^2)-2A(D+Bb+Cc)}{A^2+B^2*C^2}; y'=\ldots.\quad z'=\ldots \right]$
8. Demostrau que la condició necessària i suficient per què els vectors $\vec{u}+\vec{v}$ i $\vec{u}-\vec{v}$ siguin ortogonals es que $\vec{u}$ i $\vec{v}$ tenguin igual mòdul.
9. Trobau els cosinus directors de la recta $\left.\begin{matrix} x-y+3z-1=0 \\ 2x+4y-z+8=0 \end{matrix}\right\}$. $\left[\alpha = \dfrac{-11}{\sqrt{206}}\ \beta = \dfrac{7}{\sqrt{206}}\ \varphi = \dfrac{6}{\sqrt{206}} \right]$.
10. Es dóna el triangle de vèrtex $A(0,0,2)$, $B(1,2,0)$ i $C(1,-3,2)$ i es considera l'altura AH, corresponent al

GEOMETRIA

11. Donat el punt A(3,-5,2) i el pla π : 3x-5y+z-1=0. Es demana :a) El punt de π que es troba a la mínima distància de A [Q(0,0,1)]. b) La distància entre el punt i el pla.[$\sqrt{35}$]. c) El simètric de A respecte al pla. [A´(-3,5,0)].

12. Trobau l'equació del pla que passi per A(2,1,5) i és perpendicular als plans 2x-y+z=3 i x+y-3z=0.[2x+7y+3z-26=0].

13. Trobau la projecció ortogonal del punt A(1,1,2) sobre la recta $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{4}.\left[Q(-\frac{17}{29},\frac{105}{29},\frac{24}{29})\right]$.

14. Siguin els punts A(1,2,3), B(-1,6,0) i C(2,3,-4) i el pla $\alpha\equiv$ 3x+2y-4z-5=0. Són paral.lels els plans ABC i α.

15. Trobau el simètric del punt A(0,3,-1) respecte a : a) Al eix OY . b) Al pla YZ. [a) (0,3,1) ;b)(0,3,-1)].

16. Calculau m per a qué les rectes $r\equiv\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z+1}{5}$ i $s\equiv\begin{cases}x+2y+z=m\\2x-y-z=-20\end{cases}$ es tallin en un punt. Trobau aquest punt.[$m=\frac{85}{4}.P(\frac{11}{2},\frac{11}{4},\frac{41}{4})$.].

17. Discutir la posició dels plans segons el valor de "a" :

$$\left.\begin{array}{l}3x-a\,y+2z-(a-1)=0\\2x-5y+3z-1=0\\x+3y-(a-1)z=0\end{array}\right\}\qquad\left[\begin{array}{l}a\neq 2{,}5\Rightarrow \text{ es tallen en un punt.}\\a=2\Rightarrow \text{ es tallen segons una recta}\\a=5\Rightarrow \text{ prisma rectangular}\end{array}\right]$$

19. Considereu a R^3 les dues rectes següents :

$$r\equiv\begin{cases}x+y=0\\\sqrt{2}\,x-z=0\end{cases}\qquad s\equiv(x,y,z)=(\sqrt{2},-\sqrt{2},2)+\lambda\,(1,a,1)$$

on a és un nombre real. Comprovau que aquestes dues rectes es tallen per a qualsevol valor de a i determineu a perquè formin un angles de 60°. $\left[a=\frac{1+2\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})}\right]$.

20. a) Discutiu la posició relativa dels plans :

$\alpha\equiv a\,x+y+a\,z=0\qquad \pi\equiv(a+3)x+\left(\frac{1}{a}\right)y+z=1$ segons els valors de a($a\neq 0$).

b) Quan els plans siguin paral.les, calculau la distància entre ells.[2/3].