

## INTEGRALS DEFINIDES. APLICACIONS

1. Trobau l'àrea limitada per la bisectriu del primer quadrant, l'eix OX i la recta  $x=3$ .  $[S=9/2 u^2]$ .
2. Calculau l'àrea limitada per l'ona de la sinusoide  $y=\sin x$  i l'eix d'abscisses dins l'interval  $[0, 2\pi]$ .  $[S=4 u^2]$ .
3. Trobau l'àrea limitada per les corbes  $x^2=4y$  e  $x^2=8y-4$ .  $[S=4/3 u^2]$ .
4. Calculau l'àrea determinada per  $y-x-1=0$  e  $y=-x^2+2x+1$ .  $[S=1/6 u^2]$ .
5. Calculau el volum del cos engendrat en girar envoltant de l'eix OX la recta  $y=2x+3$ , comprès entre  $x=3$  e  $x=6$ .  $[S=441\pi u^2]$ .
6. Calculau el volum engendrat per la figura  $x^2+y^2-2ax=0$  al girar envoltant de l'eix OX.  $[S = \frac{27}{5}\pi u^3]$ .
7. Trobau el volum de la figura engendrada en girar al envoltant de l'eix d'abscisses l'àrea limitada per les corbes  $g(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2$  i  $f(x) = \frac{x}{2}$ .  $[S = \frac{27}{5}\pi]$
8. Trobau l'àrea limitada per les corbes  $y=e^x$ ,  $y=e^{-x}$  i la recta  $x=1$ .  $[S=e+e^{-1}-2]$ .
9. Trobau l'àrea de la figura limitada entre les paràboles  $y=x^2$ ;  $y=x^2/2$ ; i la recta  $y=2x$ .  $[S=4]$ .
10. a) Dibuixa la corba representada per l'equació  $4x^2-24x+9y^2=0$ . Quina figura representa ?  
b) Calculau el volum engendrat per la corba anterior en girar al envoltant del eix OX.  $[V=15\pi u^3]$ .
11. Calculau l'àrea del recinte limitat per la paràbola  $y=4x-x^2$  i les rectes tangents a la corba en els punts d'intersecció amb l'eix OX.  $[S=16/3]$ .
12. a) Calculau el volum engendrat en girar l'el·lipse  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  al envoltant de l'eix OX.  $[V=60\pi u^3]$ .  
b) Ídem al envoltant de l'eix OY  $[V=100\pi u^3]$ .

**INTEGRALS DEFINIDES. APLICACIONS**

13. a) Calculeu  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$   $a > 0$ , mitjançant la substitució  $x = a \sin t$ .

b) Com aplicació trobau l'àrea de l'el·lipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .  $[S = 12\pi u^2]$ .

14. Trobau una funció tal que la seva recta tangent tingui per pendent  $\frac{2x}{1-3x^2} \forall x$  i de manera que la seva gràfica passi per  $(0, 5)$ .  $\left[ F(x) = -\frac{1}{3} \ln|1-3x^2| + 6 \right]$ .

15. Trobau l'àrea limitada per  $y = x^2$  i  $y = 1$ .  $[S = 4/3 u^2]$ .

16. Trobau l'àrea limitada per la corba  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$

i per les abscisses  $x = 1$ ,  $x = 4$ . Solució per  $a = 16$ .

$$\left[ S = 3a - \frac{28}{3}\sqrt{a} + \frac{15}{2}. \text{ Si } a = 16 \Rightarrow S = \frac{109}{4} u^2 \right]$$

17. Sigui  $a = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx$  i  $b = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$ . Calculeu  $a + b$  i

$a - b$  i obteniu els valors de  $a$  i  $b$ .  $[a = (\pi^2 + 4)/4 ; b = (\pi^2 - 4)/16]$ .

18. Trobau el valor de la suma  $I_1 + 2I_2 + 3I_3 + \dots + 100I_{100}$

essent  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos nx dx$ .  $[S = 0]$ .

19. Donada la funció  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ x \ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$ , Calculeu

l'àrea de la regió limitada per la gràfica de la funció i l'eix OX fins  $x = b$ , essent  $b$  l'abscissa del mínim de la funció.  $[S = e^2 - 1]$ .

## INTEGRALS DEFINIDES. APLICACIONES