

1. Calculau $A^2 - 3A - I$, on $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. [matriu nula d'ordre 2].

2. Sigui $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Demostrau que $A^n = 3^{n-1} \cdot A$

3. Calculau el determinant

$$\begin{vmatrix} 2 & 10 & -1 & 5 \\ 1 & -3 & 3 & -2 \\ 4 & 10 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & -2 & -3 \end{vmatrix} [0].$$

4. Demostrau :

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$$

5. Resoleu l'equació matricial :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} x = -\frac{5}{4} \\ y = -\frac{7}{4} \end{cases}$$

6. Trobau totes les matrius d'ordre dos que verifiquen $A^2 = 0$.

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ z & 0 \end{pmatrix} \forall z \in R; \begin{pmatrix} 0 & y \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \forall y \in R; \begin{pmatrix} -t & y \\ -\frac{t^2}{y} & t \end{pmatrix} \forall t \in R, \forall y \in R, y \neq 0 \right]$$

7. Donada la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{determinau, si és possible, un valor de } t \text{ perquè la matriu}$$

$(A - tI)^2$ sigui la matriu nula. [$t = 1$].

8. Resoleu les equacions :

a) $\begin{vmatrix} x & -1 & -1 & 0 \\ -x & x & -1 & 1 \\ 1 & -1 & x & 1 \\ 1 & -1 & 0 & x \end{vmatrix} = 0$. [$x = 1, -1$].

b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & a & 0 \\ x & 0 & b & 0 \\ x & 0 & 0 & c \end{vmatrix} = 0$ [$x = \frac{ac}{a+c}$]

9. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, obteniu, si existeix la

matriu inversa de $B \cdot A$. $\left[(B \cdot A)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{15} & \frac{1}{15} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix} \right]$.

10. Trobau les matrius X que varifiquen $A \cdot X = X \cdot A$, on $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

$$\left[\begin{pmatrix} t+2z & -2z \\ z & t \end{pmatrix} \forall t, z \in \mathbb{R} \right].$$

11. Sabent que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5$, calcula el valor del determinant $\begin{vmatrix} 5 & 5 & 5 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ \frac{x}{3} & \frac{y}{3} & \frac{z}{3} \end{vmatrix}$.

[25/3].

12. Calculau la matriu inversa de la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Comprovau el

resultat.

13. Considerau la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$. A) Determina la matriu $B = A^2 - 2A$

b) Determina els valors de λ pels quals la matriu B té inversa c) Calculau B^{-1} per $\lambda = 1$.

$$\left[B = \begin{pmatrix} -2 & 1-\lambda \\ -1+\lambda & -1-2\lambda-\lambda^2 \end{pmatrix} \quad b) B \text{ té inversa } \forall \lambda \in \mathbb{R}, \lambda \neq 3, -1 \quad c) B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \right]$$

14. Siguin F_1, F_2, F_3 les tres primeres files d'una matriu quadrada M d'ordre 3, amb $\det(M) = -2$. Calcula el determinant de la matriu que té per files $F_1 - F_2, 2F_1, F_2 + F_3$. [-4].

15. Donada la matriu $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, trobau dues matrius X e Y que verifiquen :

$$X + Y^{-1} = C$$

$$X - Y^{-1} = C^t \quad \left[X = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \right]$$