

ACTIVITATS DE RECUPERACIÓ

DE

MATEMÀTIQUES I

NOM....

## ÀLGEBRA

1. Trobau m en l'equació  $x^2 + m x + 20 = 0$  perquè  $x=-2$  sigui una solució. Trobau l'altra solució.
2. Estudia l'equació  $m x^2 + (5m+1)x + (7m+2) = 0$  segons els valors d'm.
3. Resoleu les equacions :
  - a)  $3\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 10$
  - b)  $x^3 - 2x = 0$
  - c)  $(x-3)^4 (x+5)^7 = 0$
4. Resoleu els sistemes :
 

a) $\left. \begin{array}{l} x^2 + xy = 10 \\ y^2 + x = 11 \end{array} \right\}$	b) $\left. \begin{array}{l} x^2 + 4y^2 = 5 \\ 4x + 5y = -1 \end{array} \right\}$	c) $\left. \begin{array}{l} x + 3y - 4z = 9 \\ 2x + 5y + z = 0 \\ 5x - 3y - 7z = 19 \end{array} \right\}$
---	--	---
5. Descomposau en factors :  $x^4 + x^3 - 5x^2 + 3x$ . Indica les seves arrels.
6. Jaume, Joan i Oscar són tres amics. Jaume diu a Joan : Si et doncs la tercera part dels diners que tenc, els tres tendrem la mateixa quantitat. Calculau el que té cada un d'ells sabent que entre els tres tenen 60 €
7. Tenc estalviades 20 monedes per un valor total de 29,50 €. Hi ha quatre vegades més monedes de 2 € que de 1 €. També hi ha monedes de 50 cèntims. Quants monedes de cada tipus hi ha ?.
8. Escriu una equació de tercer grau que tengui per solucions 3, 5 i -2. Comprova el resultat.

## S U C C E S S I O N S

1. Trobau la suma del 30 primers múltiples de 7.
2. Calculau tres nombres en progressió aritmètica, sabent que sumen 33 i la suma dels seus quadrats és 371.
3. Calcula la suma dels 700 primers nombres senars.
4. Quina és la profunditat d'un pou, si per el primer metre s'han pagat 76 euros i per cada metres més 15 euros. El pou ha costat en total 4370 euros.
5. En una progressió aritmètica de diferència 4, el terme que ocupa el lloc 50 val 206. Calcula la suma dels 20 primers .
6. Calcula la suma dels infinits termes de la progressió  $0,1+0,01+0,001+0,0001+\dots$
7. Trobau el número de pisos que té un edifici si la planta baixa té una altura de 4 metres, el terrat està a 37 metres i que l'altura de cada pis és de 2,75metres.
8. Calcula:
 

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - \sqrt{25n^2 - 2n})$	b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$	c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + \sqrt{4n^2 - 3n + 1}}{5 - \sqrt{9n^2 + 6}}$
d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n + \sqrt{2n+5})$	e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{3n-5}\right)^{2n+1}$	f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+4}{6n+4}\right)^{-n+8}$
9. Calcula la suma i el producte dels 10 primers múltiples de 2.

## TRIGONOMETRIA

1. En un entrenament de futbol es col·loca la pilota en un punt situat a 5 i 8 metres de cada un dels pals de la porteria, l'amplària de la qual és de 7m. Sota quin angle es veu la porteria des d'aquest punt?.
2. Una antena de radio està subjecta al terra amb dos cables, un a cada costat de l'antena, que formen amb el terra angles de  $36^\circ$  i  $48^\circ$ . Els punts de subjecció dels cables estan alineats amb el peu de l'antena i disten entre sí 98 metres. Calcula l'altura de l'antena.
3. Veiem una torre baix un angle de  $40^\circ$ . Baix quin angle el veuríem si la distància fos el doble.
4. Calculau l'àrea d'un octògon regular de 6m de costat.
5. Trobau l'àrea del triangle de costats 18, 21 i 26 metres.
6. Trobau els costats d'un triangle sabent que l'àrea és  $18 \text{ cm}^2$  i dos dels seus angles són  $A = 30^\circ$  i  $B = 45^\circ$ .
7. Quin és l'angle agut tal que el seu sinus multiplicat pel seu cosinus dona  $1/4$ .
8. Des de dos llocs d'observació forestal que disten entre ells 5 km es veu una columna de fum. Cada un veu l'altra lloc i la columna baix angles de  $63^\circ$  i  $38^\circ$  respectivament. A quina distància de cada lloc hi ha el fum ?
9. En la piràmide de Keops, de base quadrada, el costat de la base mesura 230 m i l'angle que forma una cara amb la base és de  $52^\circ$ . Calculau:
  - a) L'altura de la piràmide
  - b) L'aresta de la piràmide.
  - c) El volum de la piràmide.
10. Resoleu:
  - a)  $5 \sin 2x - 3 \cos x = 0$
  - b)  $4 \sin x + 7 \cos 2x - 3 = 0$
  - c)  $\sin 7x + \sin 3x = 0$
  - d)  $x^2 - (\operatorname{tg} a + \operatorname{cotg} a)x + 1 = 0$
11. Comprovau :
  - a)  $\cos 2a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$
  - b)  $\frac{1 + \cos a}{\sin a} + \frac{\sin a}{1 + \cos a} = \frac{2}{\sin a}$
  - c)  $\frac{\operatorname{cotg} a + \operatorname{tga}}{\operatorname{cotg} a - \operatorname{tga}} = \sec 2a$

## NOMBRES COMPLEXES

1. Sigui  $z = -8i$ . Es demana : a) Passau a forma polar. b) Calculau  $z^4$  c) Calculau les arrels cúbiques de  $z$ .
2. Trobau  $m$  perquè el complex  $z = \frac{m+2i}{3-4i}$  sigui: a) Un nombre imaginari pur. b) Tengui per mòdul 10.
3. Trobau  $m$  i  $n$  perquè els nombres complexos  $z = \frac{3+mi}{2-5i}$  i  $z_1 = \frac{n}{3-4i}$  siguin iguals.
4. a) Resoleu l'equació  $x^2 + 3x + 20 = 0$  dins els nombres complexos.  
b) Resoleu l'equació  $x^4 - 16 = 0$  dins els nombres complexos.
5. Donat el nombre complex  $z = 1 + \sqrt{3}i$  es demana :
  - a) Passau a forma puntual i polar.
  - b) Calculau la seva potència quarta.
  - c) Calcula les arrels cúbica.

## GEOMETRIA

1. Trobau l'equació de la recta que passa per A (-1, 3) i és paral·lela a  $4x-2y-7=0$
2. Donada la recta r:  $3x - 5y + 15 = 0$ , es demana :
  - a) vector director
  - b) Pendent
  - c) Equació vectorial
  - d) Àrea del triangle que forma amb els eixos de coordenades.
3. a) Trobau el punt A punt de tall de les rectes r:  $x-3y-4=0$  i s:  $4x+2y-2=0$ .  
b) Calculau l'equació de la recta que passa per A i és perpendicular a la bisectriu del primer quadrant.
4. a) Trobau l'angle que formen els vectors  $\vec{a}(1,3)$  i  $\vec{b}(-2,5)$   
b) Dividiu el segment AB en tres parts iguals, on A (-3, 5) i B (0, -1).
5. a) Trobau l'equació general de la recta que passa per A (-1, 3) i B (2, 3).  
b) Calculau la distància de l'origen de coordenades a la recta anterior.
6. Calculau en cada cas el valor de k, perquè la recta  $2x + ky + 1 = 0$  :
  - a) Passi pel punt A (2, 1)
  - b) Sigui paral·lela a r :  $x+2y-5 = 0$
  - c) Sigui perpendicular a s:  $2x-y+4=0$
  - d) Formi amb els eixos de coordenades un triangle de  $6 u^2$  d'àrea.
7. Trobau la mediatriu del segment AB, on A (1, 2), B (-1, 4) .
8. Trobau l'àrea del triangle de vèrtexs A(0, 0), B (-1, 2) i C (3, 4)
9. Calculau l'equació de la circumferència concèntrica amb  $2x^2 + 2y^2 - 8x - 12y - 8 = 0$  que passa pel punt A(-1, 3).
10. Calculau l'equació de la el·lipse d'eixos 10 i 8 cm.
11. Calculau l'equació de la hipèrbola d'excentricitat 1,2 i distància focal 10.
12. Calculau l'equació de la paràbola de vèrtex A(-1,4), eix horitzontal i que passa per A(-2, 5).
13. Calculau l'equació de l'el·lipse de distància focal 10 i excentricitat 0,2.
14. Calculau k perquè les rectes r:  $4x + 5y - 6 = 0$  i s:  $2x - ky + 7 = 0$  siguin paral·leles. Distància entre elles.
15. Calculau l'equació de la hipèrbola de distància focal 12 i diàmetre major 8.
16. Trobau l'equació de la recta que passa per A(-1, 3) i forma un angle de  $45^\circ$  amb la recta  $2x - 3y + 7 = 0$ .
17. Trobau k perquè l'àrea del triangle de vèrtexs A(0,0), B (-1,3) i C(2,k) tenguí una àrea de  $8 u^2$ .

## ANÀLISI

1. Donades les funcions  $f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x^2}}$ ,  $g(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$  es demana : a) Domini. b) funció inversa. Comprovació. c) Recorregut. d) f composta amb g.
2. Resoleu les equacions :
  - a)  $\log_3 \sqrt{27^5} = x$  b)  $2 \log(3x+1) - \log(5x-5) = 1$  c)  $4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x-2} - 59 = 0$
  - d)  $5^{4x-3} = 23$  e)  $\frac{\sqrt[5]{16}}{2} = \frac{1}{8^x}$  f)  $\ln(3x-1) = 2$  g)  $\log(x+10) - \log(3x+100) = -1$
3. Trobau la funció inversa de  $f(x) = 2 - 3 \ln(1 - 5 \cos 2x)$ .
4. Calculau :
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x - 12}{3x - 6}$  b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{1 - x}$  c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x^2-9}$
  - d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{3x^2 + 6x}$  e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{2x+1}\right)^{-3x+5}$  f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{3x+5}$
  - g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x - \sqrt{16x^2 - 3x + 1})$  h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt{x^2 + 3x + 7})$  i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^2 + 3x - 2)$
5. Com s'ha de definir la funció  $f(x) = \frac{x^3 - 8}{2 - x}$  perquè sigui contínua en  $x = 2$ .
6. Estudiau la continuïtat de :
  - a)  $f(x) = \begin{cases} 3x+5 & \text{si } x < -1 \\ 2si -1 < x < 2 \\ -x+2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$  b)  $g(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$  c)  $h(x) = \begin{cases} 2x+1 & \neq -1 \\ 0 & \text{si } x = -1 \end{cases}$
7. Calcula, aplicant la definició, la derivada de  $f(x) = x^2 - 3x + 5$  en  $x = 1$ .
8. Deriva i opera si és possible :
  - a)  $y = (3x-1)^6 e^{2x}$  b)  $y = \sqrt{x - \cos 5x}$  c)  $y = (\cos 3x)^{\sin x^2}$
  - d)  $y = (3 + 3 \sin 3(3x^3 + 3)^3)^3$  e)  $y = \arctan(\sqrt{5x-1})$
  - f)  $y = \ln\left(\sqrt{\frac{2x+3}{2x-5}}\right)$  g)  $y = x \cdot \arcsin(3x)$  h)  $y = \operatorname{cosec}(7x^3 - 1)$
9. Trobau l'equació de la recta tangent a  $f(x) = \frac{5x-1}{3x+2}$  en  $x = 1$
10. Trobau l'equació de la recta tangent a  $f(x) = x^2 + 6$  paral·lela a  $2x - 6y + 3 = 0$ .
11. Trobau l'equació de la recta tangent i normal a  $f(x) = x^3 - 2x - 1$  en el seu punt d'inflexió.
12. Trobau a, b, c, d, en la funció  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  sabent que té un extrem relatiu a  $A(-1, 2)$  i un punt d'inflexió a  $B(0, -3)$ .
13. Estudi i gràfica de :
  - a)  $y = \frac{x^2}{x-1}$  b)  $y = x^3 - 6x + 1$  c)  $y = \frac{4}{x^2+2}$  d)  $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$  e)  $y = \frac{x}{x^2-1}$