

# TREBALL D'ESTIU

## MATEMÀTIQUES CCSS I

ENTREGA TOT EL QUE HAGIS FET D'AQUEST MATERIAL EL  
DIA DE L'EXAMEN DE SETEMBRE

ALUMNE.....

## MATEMÀTIQUES CCSS I

1) Resoleu les següents equacions :

a)  $4\sqrt{x+3} - 3x = -6$

b)  $6x^4 - 13x^3 - 18x^2 + 7x + 6 = 0$

c)  $2x^3 - 8x = 0$

2) Resoleu:

a)  $4^{x-1} - 3 \cdot 2^{x+1} + 32 = 0$

b)  $\log_{(3x-2)} 169 = 2$

3) Resoleu el sistema d'equacions:

$$\left. \begin{array}{l} 3x^2 - 2y^2 = -5 \\ x \cdot y = -12 \end{array} \right\}$$

4) Calculau

$$4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27} + \frac{3}{5}\sqrt{75}$$

5) Una persona ha pagat 156 € per 24 litres de llet, 6 Kg de cuixot i 12 litres d'oli. Sabent que 1 litre d'oli costa el triple que 1 litre de llet i que 1 Kg de cuixot costa igual que 4 litres d'oli més 4 litres de llet. Calculau el preu d'1 litre de llet, d'1 Kg de cuixot i d'1 litre d'oli.

6) Resoleu:

a)  $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-2} - 44 = 0$

b)  $\sqrt[5]{81^{2-x}} = \frac{1}{27}$

d)  $\log_{2x} 36 = 2$

7) Resoleu:

a)  $\frac{4x^2 - 3}{3} - \frac{(3x+3)^2}{6} > 1 - \frac{9x+1}{2}$

b)  $\frac{x+1}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$

c)  $\left. \begin{array}{l} 2x + y \geq 4 \\ x - 3y > 2 \end{array} \right\}$

8) Es disposa de 3 caixes A,B i C amb monedes d'1 euro. Se sap que en total hi ha 36 euros. El nombre de monedes de A excedeix en 2 la suma de les monedes de les altres dues caixes. Si es trasllada 1 moneda de la caixa B a la caixa A, aquesta tindrà el doble de monedes que B. Calculau quantes monedes hi havia a cada caixa.

9) Cercau dos nombres positius que sumin 21, i que la diferència dels seus quadrats és 63..

10) Resoleu:

a)  $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$

b)  $\sqrt[5]{\frac{9}{3^x}} = 81$

c)  $\log_x(x-6) = \frac{1}{2}$

d)  $e^x \cdot x^2 - 4 \cdot e^x = 0$

e)  $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x - 3} \geq 0$

f)  $\left. \begin{array}{l} 2x^2 - y^2 = 14 \\ 3x - 4y = 1 \end{array} \right\}$

11) Calculau la suma dels nombres múltiples de 3 compresos entre 250 i 1325.

12) a) A un ordinador que l'any passat valia 950 €, li han augmentat el preu un 10 % i després li han rebaixat un 15 %. Quin és el preu actual?

b) Un ordinador al qual, han rebaixat el preu un 30 % i després li han augmentat un 22 % val 1000€. Quin era el preu inicial?

13) En quin temps un capital de 10.000 € disposats al 3 % d'interès compost amb períodes de capitalització mensuals produeix 4314'05 € d'interessos?.

14) En un taller hi ha 120 vehicles entre motos, cotxes i camions. Se sap que el nombre de motos és el triple de la suma del nombre de cotxes i de camions junts. També sabem que el nombre de motos excedeix en 36 al doble de cotxes. Calculau el nombre de vehicles que hi ha de cada tipus.

15) Es reuneixen 30 persones entre professors, alumnes i pares. Se sap que entre els professors i el triple dels alumnes s'excedeix en 20 al doble de pares. També se sap que entre els professors i els alumnes dupliquen el nombre de pares. Trobau el nombre de professors, alumnes i pares.

16) Donada la funció  $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 4 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Representau-la gràficament.  
b) Indicau el domini i el recorregut.

17) Donades les funcions  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$        $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

Calculau els recorreguts de  $f(x)$  i  $g(x)$

18) En una determinada universitat, l'any 2001 es van matricular 10400 alumnes i l'any 2006, 13200. Trobau la funció lineal que relaciona l'any i el nombre d'alumnes. Interpolau per a saber el nombre d'alumnes matriculats l'any 2004.

19) Donades les funcions :  $y = e^{x-2}$  i  $y = \log_3(x+3)$ . Calculau dominis i punts de tall amb els eixos de coordenades. (1,5)

20) Resoleu: a)  $5^{x-4} = 3$       b)  $\ln \frac{1}{x} = -1$       c)  $\frac{x}{x-1} \geq 0$

21) Donada la funció  $f(x) = x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 20x$ . Calculau els punts de tall amb els eixos de coordenades

22) Calculau les asímptotes de les funcions

a)  $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$       b)  $f(x) = \frac{x^2+1}{x-3}$

23) Calculau: a)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 14}{2x^3 - 3x + 10}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^2}{5-x^2}$

24) Donada la funció  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Representau-la gràficament e indicau el seu domini i recorregut.  
b) Calculau:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$   
c) Estudiau la continuïtat

25) Donada la funció  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

- a) Per a quins valors de  $x$ ,  $f'(x)$  és zero?  
b) Per a quins valors de  $x$ ,  $f''(x)$  és positiva?

26) Donada la funció  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

- a) Per a quins valors de  $x$ ,  $f'(x)$  és major o igual que 0?  
b) Per a quins valors de  $x$ , s'anul·la la segona derivada?

27) En Joan fa col·lecció de camisetes de jugadors de futbol del Mallorca, del Barça i del Madrid i ja en té 20. Les camisetes del Mallorca i del Barça juntes fan el triple de les del Madrid. Si compràs una altra camiseta del Barça, el seu nombre igualaria a les del Mallorca. Quantes en té de cada equip?.

28) Estudiau i representau gràficament de forma raonada la funció:

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$$

29) Estudiau i representau gràficament de forma raonada la funció:

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4}$$

30) En una botiga hem comprat botelles d'aigua a 0'50 € cadascuna, de llet a 1 € i de suc de fruita a 1'50 €. En arribar a la caixa ens adonam que portam 40 botelles, el cost total de les quals és de 38 €. També observam que si les botelles d'aigua que portam fossin de llet i les de llet fossin d'aigua, la compra ens sortiria 4 € més barata. Calculau el nombre de botelles de cada beguda que hem comprat.

$$31) \text{ Donada la funció } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ x+1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- Representau-la gràficament.
- Indicau domini i recorregut
- Estudiau la continuïtat

32) Donada la funció  $f(x) = x^2 \cdot e^x$ . Calculau els màxims i els mínims.

33) Calculau les asímptotes de la funció  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$

34) D'una mostra de 75 piles electròniques, s'han obtingut les següents dades:

$X_i$ (Durada en hores)	$f_i$ (nº de piles)
[20, 30)	8
[30, 40)	27
[40, 50)	34
[50, 60)	6

- Calculau: a) Mitjana aritmètica  
b) Moda  
c) Quartil 3r  
d) Desviació típica

- 35) Les hores d'estudi dedicades per 5 alumnes de 1r de Batxillerat per preparar un examen, així com la puntuació obtinguda són:

$X_i$ Hores d'estudi	$f_i$ Puntuació
5	9
3	6
1	3
4	7
6	9

Calculau el coeficient de correlació lineal i estimau la nota obtinguda per un alumne que només ha estudiat dues hores. És fiable?

- 36) Calculau els màxims, mínims i punts d'inflexió de la funció:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 8$$

- 37) Donada la funció  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$

- Calculau les asímptotes
  - Estudiau el creixement-decreixement. Màxims i mínims
  - Calculau els punts d'inflexió.
- 38) En una determinada ciutat, el 20 % dels habitants parla anglès, el 30 % té estudis superiors, i el 35 % o bé parla anglès o té estudis superiors.
- Triat un habitant d'aquesta ciutat a l'atzar, calculau la probabilitat que ni parli anglès ni tingui estudis superiors.
  - Calculau la probabilitat que parli anglès sabent que no té estudis superiors.
  - Els esdeveniments; "parla anglès" i "té estudis superiors" són independents?.
- 39) D'una capsa que conté 5 fitxes blaves i 3 de vermelles, treim a l'atzar 2 fitxes sense devolució. Calculau la probabilitat :
- Que siguin 2 fitxes blaves.
  - Que una sigui blava i l'altra vermella.
  - Que la segona sigui vermella, sabent que la primera és blava.
- 40) Es prova una vacuna contra la grip en un grup de 400 persones, de les quals 180 són homes. Se sap que de les dones, 25 agafen la grip i dels homes 23. Triada una persona a l'atzar, calculau :
- la probabilitat que sigui home i no hagi agafat la grip.
  - La probabilitat que sigui dona sabent que ha agafat la grip.
- 41) Estudiau i representau, de forma raonada, la funció  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$
- 42) Tres famílies se'n van a una pizzeria. La primera família pren 1 pizza grossa, 2 de mitjanes i 4 de petites; la segona família en pren 1 de grossa i 1 de petita; i la tercera família, 1 de mitjana i 2 de petites. Si la primera, la segona i la tercera família han gastat en total en pizzes 51'50 € , 15'90 € i 21 € respectivament,

calculau el preu d'una pizza grossa, el d'una pizza mitjana i el d'una pizza petita.

43) Estudiau les curvatures i punts d'inflexió de la funció :  
 $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - x + 2$ .

44) L'any passat van aprovar matemàtiques el 70% dels alumnes matriculats. Si triam 8 alumnes a l'atzar, quina és la probabilitat que:

- a) Només 6 hagin aprovat
- b) Cap hagi aprovat
- c) Almenys un hagi aprovat

45) El nombre de visitants diaris a una exposició es distribueix segons una normal de mitjana aritmètica 2000 i desviació típica 250:

- a) Trobau la probabilitat que un dia determinat el nombre de visitants no superi 1900.
- b) En un mes de 30 dies, en quants dies es pot esperar que el nombre de visitants superi els 1850 i sigui inferior a 2210 ?.

46) Les puntuacions finals d'un grup d'opositors segueixen una distribució normal de mitjana aritmètica 6 i desviació típica 1'5. Si només hi ha places per al 20 % de les persones que se presenten a l'oposició, on se situarà la nota de tall per sota de la qual l'opositor es queda sense plaça?.

47) Calculau els màxims i mínims de la funció:  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

48) Donada la funció  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$ :

- a) calculau els punts de talls amb els eixos
- b) calculau el punt d'inflexió.

49) Donada la funció:  $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 2-x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Representau-la
- b) Estudiau la continuïtat

50) Els pesos dels individus d'una població es distribueixen normalment amb una mitjana aritmètica igual a 70 Kg i una desviació típica de 6 Kg.

- a) Calculau la probabilitat que un individu triat a l'atzar pesi entre 62 Kg i 80 Kg
- b) D'una població de 2000 persones, calculau quantes tindran un pes superior a 75 Kg.
- c) Quin és el pes màxim del 30 % dels de menor pes?

51) Se sap que el 40 % dels mallorquins són aficionats al futbol. Si n'agafam 50 a l'atzar, calculau la probabilitat:

- a) que almenys 18 d'ells siguin aficionats al futbol.
- b) que exactament 24 siguin aficionats

c) que més de 15 i com a molt 21 siguin aficionats

52) Donada la funció  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  calculeu a) Asímptotes b) Creixement i decreixement. Màxims i mínims.

53) Representeu gràficament  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ .

54) La suma de les edats de 3 germanes és de 58 anys. La major té 4 anys més que la menor i la suma de les edats de les dues majors és inferior en 10 anys al triple de la menor. Calculeu l'edat de cada germana.

55) Un cert col·legi presentarà, aquest curs, 120 alumnes a l'examen de Selectivitat i se sap, que sol aprovar el 95 % dels alumnes presentats. Quina és la probabilitat que:

- a) Aprovin més de 110 alumnes.
- b) Aprovin com a molt 116 alumnes

56) El pes de les ovelles adultes es distribueix normalment amb una mitjana aritmètica de 53 Kg i una desviació típica de 2'4 Kg.

- a. Quin percentatge d'ovelles pesarà entre 50 i 57 Kg?
- b. Si volem separar una quarta part de les ovelles, les més pesades del ramat. A partir de quin pes es farà la separació?

57) Una empresa té un 40 % dels empleats que són homes i un 60 % que són dones. Dels empleats d'aquesta empresa, fumen un 30 % dels homes i un 20 % de les dones. Es tria un empleat de l'empresa a l'atzar. Calculeu la probabilitat que no fumi.

58) S'han estudiat les alçades X i els pesos Y de 10 jugadors d'un equip de bàsquet i s'han obtingut els següents resultats :  $x = 195$  cm  $y = 92$  Kg  $S_x = 6'06$   $S_y = 6'56$  i  $S_{xy} = 37'6$ . Calculeu:

- a) El coeficient de correlació lineal
- b) La recta de regressió de Y sobre X.
- c) El pes d'un nou jugador que fa 208 cm. És fiable?

59) Donada la funció

$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x}$  Calculeu a) Asímptotes b) Creixement i decreixement. Màxims i mínims.

60) Donada la funció

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 < x < 2 \\ -x + 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{a) Representau-la}$$

gràficament

b) Indica el domini i recorregut

c) Estudia la continuïtat

61) Calculeu els màxims, mínims i punts d'inflexió de la funció  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 4$



62) El caixer d'un banc només disposa de bitllets de 10,20 i 50 euros. Hem tret 290 € del banc i el caixer ens ha entregat exactament 8 bitllets. El nombre de bitllets de 10 € que ens ha donat és el doble dels de 20 €. Planteja i resol el sistema d'equacions per obtenir el nombre de bitllets que ens ha donat de cada tipus