

FEINES D'ESTIU

2017-2018

Assignatura: Matemàtiques acadèmiques
Professor: Toni Mir - Sebastià Manresa
Curs: 4t ESO

TREBALL D'ESTIU

MATEMÀTIQUES 4t ESO

ENTREGA TOT EL QUE HAGIS FET D'AQUEST MATERIAL EL
DIA DE L'EXAMEN DE SETEMBRE

ALUMNE.....

1. NOMBRES REALS. RADICALS.

1. Escriu tres nombres reals compresos entre 1,5 i 1,6.
2. Trobau la fracció generatriu de : a) $1,00\hat{1}$ b) 23,78
3. Operau :

a) $2\sqrt{18} - 5\sqrt{8} + \sqrt{2} - 6\sqrt{50}$

b) $2\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 6\sqrt{48}$

c) $3^4\sqrt{4} + 6\sqrt{8} - 3\sqrt{27} - \sqrt{12}$

d) $(6\sqrt{2} - 1)^2$

e) $(2\sqrt{5} - 4)^2$

f) $(5\sqrt{2} - 3) \cdot (2\sqrt{2} + 6)$

g) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{16}}{\sqrt[3]{4}}$ Deixaue resultat coma potència de 2

h) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[5]{16}}$ Deixaue resultat coma potència de 2

i) $\frac{\sqrt{2^3} \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt[3]{4}}$ Deixaue resultat coma potència de 2

4. Expressa com a potència de 2 :

a) $\sqrt{2^3 \sqrt[4]{4^5 \sqrt{8 \sqrt{2}}}}$ b) $\sqrt[7]{2 \sqrt{16^3 \sqrt{256}}}$

2. EQUACIONS SISTEMES I INEQUACIONS

1. Resoleu :

$$\left. \begin{array}{l} a) \left. \begin{array}{l} \frac{2x+y}{3} - \frac{y-1}{10} = 1 - \frac{x+3}{6} \\ 2x - \frac{y+3}{5} = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b) \frac{x^2-4}{3} - \frac{2x-10}{6} = x - \frac{x+4}{3} \\ c) \begin{cases} 2x+y-3z=8 \\ x+5z=-3 \\ 5x+3y-4z=17 \end{cases} \\ d) \begin{cases} x+y=3 \\ y-z=-1 \\ x-z=-2 \end{cases} \end{array} \right\}$$

d) $x + \sqrt{x+1} = 11$ e) $2\sqrt{5x-1} - 2x = 5$ e) $2\sqrt{x-1} + 2x = 2$ f) $2x + 3\sqrt{5x-1} = 13$

g) $(x-1)^2 - 7x = 2 - 9x(2x-1)$ i) $\left. \begin{array}{l} 2x+y=11 \\ x^2-y^2=24 \end{array} \right\}$ j) $\left. \begin{array}{l} x+3y=2 \\ x^2+2y^2=33 \end{array} \right\}$ k) $\left. \begin{array}{l} 2x^2-3y^2=-10 \\ 5x+2y=1 \end{array} \right\}$

l) $\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 63 \\ x^2 + y^2 = 130 \end{array} \right\}$ ll) $\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 15 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{array} \right\}$ m) $\left. \begin{array}{l} 3x+4y-5z=17 \\ 2x-5y+2z=-7 \\ 4x+y+3z=-1 \end{array} \right\}$ n) $\frac{x^4-1}{2} - (x^2+x)^2 = -4$

2. En un taller de matemàtiques, el professor duu diversos problemes per repartir. Si a cada equip li n'entrega 5, li'n falten 6. I si a cada equip en reparteix 4, li'n sobren 7. Quants d'equips hi ha ?. Quants de problemes ha dut ?.
3. En Pep i en Joan tenen els mateixos diners. Si en Pep li dóna 15 euros a n'en Joan, aquest tindrà el doble que en Pep. Quant diners tenen al principi ?
4. En una reunió hi ha 70 persones entre nins i nines. Si surten 3 nins i entren dues nines, hi ha doble quantitat de nins que de nines. Quants de nins i nines hi ha a la reunió ?
5. A la bossa A i a la bossa B hi ha un total de 80 boles. Si passem 10 boles de la bossa B a la bossa A, el nombre de boles de la bossa A és el triple del nombre de boles de la bossa B. Quants boles hi ha a cada bossa?

4. Resoleu :

$$a) \frac{x+3}{3} - \frac{3x-2}{9} \leq x - \frac{3x+2}{2} \quad b) -x^2 + 6x > 0 \quad c) \frac{x-3}{x-5} \leq 0 \quad d) \frac{x^2 + 4x + 4}{x+5} \geq 0$$

$$e) \frac{1}{x^2 - 1} > 0 \quad f) x^2 + 6x - 7 > 0 \quad g) x^3 + 4x^2 - x - 4 \leq 0 \quad h) \frac{x+2}{x-3} \leq 1$$

3. DIVISIBILITAT. DESCOMPOSICIÓ FACTORIAL

1. És divisible $x^5 - 32$ entre $x - 2$. Raona la resposta.
2. Trobau m perquè el polinomi $p(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + m$ sigui divisible entre $x + 2$.
3. Donat el polinomi $p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x + 6$ es demana : a) És divisible per $x + 1$?
b) És $x = 1/3$ una arrel ?
4. Descomposau en factors :

a) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$	b) $x - 3x^2$
c) $x^2 - 9$	d) $5x + 9$
e) $x^3 + x^2 - x - 1$	f) $3x^2 + 8x - 11$
g) $x^3 - 8$	h) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

5. Resoleu :

$$a) x^4 - 2x^2 = 0 \quad b) x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0 \quad c) x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

FRACCIONS ALGEBRAIQUES

1. Simplifica :

$$a) \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{3x^2 - 12} \quad b) \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^5 + 2x^4 + x^3}$$

2. Operau :

$$\begin{aligned}
 & a) \frac{x+3}{x^2+3x+2} + \frac{x+2}{x^2-2x-3} \quad b) \frac{x+2}{x^3-2x^2} - \frac{x-1}{x^3-3x^2} \quad c) \frac{x^2+4x+4}{x+1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2-4} \\
 & d) \frac{x+2}{3x+9} : \frac{(x+2)3x}{9x+27} \quad e) \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} - \frac{x^2}{1-x^2} + 1 \quad f) \frac{x^2-9}{x^2+5x+6} : \frac{x^2-5x+6}{x^2-4}
 \end{aligned}$$

4. GEOMETRIA

1. Dividiu el segment AB en tres parts iguals on A(-1, 2) i B(2, 5).
2. Trobau l'equació general de la recta que passa per A (1, -3) i té per pendent $m = -$
3. Quin és el seu vector director ?
3. Trobau m perquè la recta $2x + my - 7 = 0$ passi pel punt A(-1, -5).
4. Trobau l'equació general de la recta que passa per A(1, -2) i té com a vector director $\vec{v}(2, -3)$. Quin és el seu pendent ?
5. Trobau l'equació general de la recta que passa per A(0, -1) i B(2, 5).
6. Trobau m perquè la recta $x + my - 7 = 0$ tenguí el mateix pendent de $(x, y) = (1, 2) + t(-1, 4)$.
7. Representau el vector $\vec{v}(-3, 4)$. Quin és el seu mòdul ?
8. Trobau la posició relativa de les rectes :

$$\begin{aligned}
 & a) r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-5} \quad i \quad s: 5x + 2y - 7 = 0 \quad b) r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{5} \quad i \quad s: (x, y) = (0, 0) + t(1, 2) \\
 & c) r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases} \quad i \quad s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{6} \quad d) r: 3x - 4y = 0 \quad i \quad s: 6x + 4y = 0
 \end{aligned}$$

Si són secants, trobau el punt de tall.

5. TRIGONOMETRIA

1. Ordenau de menor a major els angles : 30° , $\frac{\pi}{7} \text{ rd}$, $\frac{2\pi}{7} \text{ rd}$, $\frac{3\pi}{8} \text{ rd}$, 70° .
2. Sabent que $\text{tg } \alpha = -3$ i $\alpha \in 2 \text{ Q}$, calculau les altres raons trigonomètriques.
3. Sabent que $\cos \alpha = 0,6$ i $\alpha \in 4 \text{ Q}$, calculau les altres raons trigonomètriques.
4. Sabent que $\sin \alpha = -0,89$ i $\alpha \in 3 \text{ Q}$, calculau les altres raons trigonomètriques.
5. Sabent que $\sec \alpha = 2,3$ i $\sin \alpha < 0$, calculau les altres raons trigonomètriques.

6. En un triangle rectangle ABC, sabem que $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{C} = 78^\circ$ i el costat $c=4m$. Resoleu el triangle.
7. En un triangle rectangle ABC, sabem que $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 46^\circ$ i el costat $c=6m$. Resoleu el triangle.
8. Trobau els angles d'un triangle rectangle on els catets mesuren 12 i 5 cm
9. Veiem una muntanya de 800 m baix un angle de 56° . A quina distància ens trobam de la muntanya ?.
10. Trobau l'àrea d'un octogon regular inscrit dins una circumferència de 10 m de radi.
11. Veiem una torre baix un angle de 40° , si ens acostam 25 m, la veim baix un angle de 70° . Calculau l'altura de la montanya.
12. Resoleu:

$a) \sin x = 0,34$	$b) \operatorname{tg} x = -1,5$	$c) \cos x = -0,14$
$d) \sin x = -0,62$	$e) \cos x = 1$	$f) \operatorname{tg} x = 2$

6.FUNCIONS

1. Donades les funcions :

$$a) f(x) = \frac{3x-1}{6x+12} \quad b) g(x) = \sqrt{3x+7} \quad c) h(x) = 3x^2 - 12, \text{ es demana :}$$

- a) Imatge del $-1, -2, 6$ i $\frac{3}{4}$
- b) Antiimatge del $0, -2, \frac{1}{2}, -49$.

2. Trobau els zeros de les funcions :

$$a) f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x \quad b) g(x) = x^5 - 16x^3$$

3. Trobau el domini, inversa i recorregut de les funcions :

$$a) f(x) = 5x^2 - 45 \quad b) g(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \quad c) h(x) = \frac{x-1}{x+3} \quad d) j(x) = \sqrt{x^2 - 16} \quad e) k(x) = \sqrt{\frac{x+6}{x-2}}$$

Trobau també $f(x)$ composta amb $h(x)$ i $j(x)$ composta amb $f(x)$.

4. Representau les següents funcions, indicant el domini, recorregut i els seus principals elements :

$$a) y = -2x - 2 \quad b) y = 6 \quad c) y = x^2 - 6x + 7 \quad d) y = -x^2 + 4x \quad e) y = x^2 + 3$$

$$f) y = \frac{1}{x-1} \quad g) y = -\frac{2}{x+5} \quad h) y = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < -1 \\ -2x+3 & \text{si } x > -1 \end{cases} \quad i) y = \begin{cases} x & \text{si } x < -2 \\ 2 & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ -2x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

7. LOGARITMES I EXPONENCIAL

1. Feu la gràfica de les funcions : a) $f(x) = 0,5^x$ b) $g(x) = 5^x$. Indica també el seu domini i el seu recorregut

2. Resoleu

$$a) 7^{x-3} = \frac{1}{7^{2x+5}} \quad b) \sqrt[5]{8^x} = \frac{1}{4} \quad c) 9^{2x+3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad d) 2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 56 \quad e) 4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 = 0$$

$$f) 9^{x+1} + 6 \cdot 3^{x+2} = 19 \quad g) e^{3x} + 5 \cdot e^{2x} + 4 \cdot e^x - 10 = 0 \quad h) 5^x + \frac{1}{5^{x-1}} = 6 \quad i) 5^{x^2-1} = 1$$

3. Resoleu :

$$a) 7^{x+3} = 14 \quad b) \ln x = -1 \quad c) 4^{2x-3} = 25$$

4. Resoleu :

$$a) \log_3 x = -2 \quad b) \log_x 9 = 2 \quad c) \log_5 \sqrt{125} = x \quad d) \log(x+3) + \log(2x-4) = 2$$

$$e) 2 \log(3x+4) - \log(x-1) = 2 \quad f) \log(5x-5) - 2 \log(3x+1) = -1$$

8. ESTADÍSTICA

1. Demanades 500 famílies sobre el nombre de cotxes que tenen, ens han contestat :

Cotxes	1	2	3	4
Famílies	100	250	100	50

Feu un estudi estadístic.

2. Demanades 1000 persones sobre el nombre de germans que tenen, ens han contestat :

Germans	0	1	2	3	4
Persones	200	400	200	150	50

Calculau : a) Mitjana aritmètica, moda i mediana

b) Desviació típica.

3. Les estatures dels 40 alumnes d'una classe apareixen en la taula següent :

Estatures	158-163	163-168	168-173	173-178	178-183
Nre alumnes	1	5	11	17	6

Feu un estudi estadístic

4. S'ha passat un test de 80 preguntes a 600 persones. El nombre de respostes correctes es reflecteix en la taula següent :

Correctes	[0,10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)
Nre alumnes	40	60	75	90	105	85	80	65

Calculau : a) Moda i mediana . Quartil primer i percentil 85.

b) Desviació típica

Feu també una taula de freqüències i l'histograma.

5. El color dels ulls de 100 persones ve donat per la següent taula :

Color ull	blau	verd	negre	marró
Nre persones	14	16	30	40

Feu un diagrama de barres i calculau la moda.

6. D'una mostra de 75 piles elèctriques, s'han obtingut aquestes dades :

Temps (hores)	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
Nre piles	3	5	21	28	12	6

Feu un estudi estadístic

7. Les temoeratures dels dies d'aquesta setmana són : 20°, 22°, 28°, 32°, 30°, 25°, 30° .
Calculau :
5. Mitjana aritmètica
 6. Desviació típica
 - c) Moda

9.COMBINATÒRIA

1. Donades les xifres {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, quants de nombre de tres xifres podem formar ? , d'ells quants són parells.
2. En una cursa participen 8 atletes, De quantes formes diferents poden arribar a la meta? .En quantes d'elles el nombre 3 i 4 entren consecutius?
3. De quantes maneres diferents es poden escollir 5 cartes d'un joc de 40?
4. Quants de productes de tres factors diferents es poden formar amb els nombre 2, 34, 56, 67, 89, 12 ?
5. Quants de nombres de 8 xifres es poden escriure amb tres tresos, quatre quates i un u?. Si els ordenam de menor a major, quin lloc ocupa el 34343441?
6. En una reunió tots els assistents s'han donat la mà. Si en total hi ha hagut 190 encaixades, quantes persones han assistit a la reunió ?.
7. Un entrenador de basket disposa de 2 bases, 5 alers i 5 pivots. Si vol jugar amb un base, 2 alers i 2 pivots, quantes alineacions pot fer ?
8. Quantes banderes tricolors es poden fer amb els colors de l'arc de Sant Martí ?.
9. De quantes formes diferents es poden ordenar les lletres de la paraula BRASIL ?.
Quantes d'elles comencen per vocal ?.
10. Desenvolpau : a) $(2x^2-3x)^5$ b) $(x^3 + 2)^4$

