



FEINES D'ESTIU

2017-2018

Assignatura: Matemàtiques I
Professor: Toni Mir
Curs: 1r de batxillerat

ÍNDEX:

Índex.....2

Àlgebra.....3

Succesions.....3

Trigonometria.....4

Nombres Complexes.....5

Geometria.....5

Anàlisi.....6

ÀLGEBRA

- Troba m en l'equació $x^2 + m x + 20 = 0$ perquè $x = -2$ sigui una solució. Troba l'altra solució.
- Estudia l'equació $m x^2 + (5m+1)x + (7m+2) = 0$ segons els valors d' m .
- Resoleu les equacions :
 - $3\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 10$
 - $x^3 - 2x = 0$
 - $(x-3) \cdot (x+5) = 0$
- Resoleu els sistemes :
 - $$\left. \begin{array}{l} x^2 + xy = 10 \\ y^2 + x = 11 \end{array} \right\}$$
 - $$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4y^2 = 5 \\ 4x + 5y = -1 \end{array} \right\}$$
 - $$\left. \begin{array}{l} x + 3y - 4z = 9 \\ 2x + 5y + z = 0 \\ 5x - 3y - 7z = 19 \end{array} \right\}$$
- Descomposau en factors : $x^3 + x^2 - 5x^2 + 3x$. Indica les seves arrels.
- Jaume, Joan i Oscar són tres amics. Jaume diu a Joan : Si et doncs la tercera part dels diners que tenc, els tres tendrem la mateixa quantitat. Calculau el que té cada un d'ells sabent que entre els tres tenen 60 €
- Tenc estalviades 20 monedes per un valor total de 29,50 €. Hi ha quatre vegades més monedes de 2 € que de 1 €. També hi ha monedes de 50 cèntims. Quants monedes de cada tipus hi ha ?
- Escriu una equació de tercer grau que tengui per solucions 3, 5 i -2. Comprova el resultat.

SUCCESIONS

- Troba la suma del 30 primers múltiples de 7.
- Calculau tres nombres en progressió aritmètica, sabent que sumen 33 i la suma dels seus quadrats és 371.
- Calcula la suma dels 700 primers nombres senars.
- Quina és la profunditat d'un pou, si per el primer metre s'han pagat 76 euros i per cada metres més 15 euros. El pou ha costat en total 4370 euros.
- En una progressió aritmètica de diferència 4, el terme que ocupa el lloc 50 val 206. Calcula la suma dels 20 primers .
- Calcula la suma dels infinits termes de la progressió $0,1+0,01+0,001+0,0001+\dots$
- Troba el número de pisos que té un edifici si la planta baixa té una altura de 4 metres, el terrat està a 37 metres i que l'altura de cada pis és de 2,75metres.
- Calcula:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} (5n - \sqrt{25n^2 - 2n}) \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n) \quad \text{c) }$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + \sqrt{4n^2 - 3n + 1}}{5 - \sqrt{9n^2 + 6}}$$

$$\text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} (3n + \sqrt{2n + 5}) \quad \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{3n-5}\right)^{2n+1} \quad \text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+4}{6n+4}\right)^{-n+8}$$

- Calcula la suma i el producte dels 10 primers múltiples de 2.

TRIGONOMETRIA

- En un entrenament de futbol es col·loca la pilota en un punt situat a 5 i 8 metres de cada un dels pals de la porteria, l'amplària de la qual és de 7m. Sota quin angle es veu la porteria des d'aquest punt?
- Una antena de radio està subjecta al terra amb dos cables, un a cada costat de l'antena, que formen amb el terra angles de 36° i 48° . Els punts de subjecció dels cables estan alineats amb el peu de l'antena i disten entre sí 98 metres. Calcula l'altura de l'antena.
- Veiem una torre baix un angle de 40° . Baix quin angle el veuríem si la distància fos el doble.
- Calculau l'àrea d'un octògon regular de 6m de costat.
- Trobau l'àrea del triangle de costats 18, 21 i 26 metres.
- Trobau els costats d'un triangle sabent que l'àrea és 18 cm^2 i dos dels seus angles són $A = 30^\circ$ i $B = 45^\circ$.
- Quin és l'angle agut tal que el seu sinus multiplicat pel seu cosinus dona $1/4$.
- Des de dos llocs d'observació forestal que disten entre ells 5 km es veu una columna de fum. Cada un veu l'altra lloc i la columna baix angles de 63° i 38° respectivament. A quina distància de cada lloc hi ha el fum?
- En la piràmide de Keops, de base quadrada, el costat de la base mesura 230 m i l'angle que forma una cara amb la base és de 52° . Calculau:
 - L'altura de la piràmide
 - L'aresta de la piràmide.
 - El volum de la piràmide.
- Resoleu:
 - $5 \sin 2x - 3 \cos x = 0$
 - $4 \sin x + 7 \cos 2x - 3 = 0$
 - $\sin 7x + \sin 3x = 0$
 - $x^2 - (\operatorname{tg} a + \operatorname{cotg} a)x + 1 = 0$
- Comprovau :

$$\text{a) } \cos 2a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a} \quad \text{b) } \frac{1 + \cos a}{\sin a} + \frac{\sin a}{1 + \cos a} = \frac{2}{\sin a} \quad \text{c) }$$

$$\frac{\operatorname{cotg} a + \operatorname{tg} a}{\operatorname{cotg} a - \operatorname{tg} a} = \sec 2a$$

NOMBRES COMPLEXES

- Signi $z = -8i$. Es demana : a) Passau a forma polar. b) Calculau $z_{1/3}$ c) Calculau les arrels cúbiques de z .
- Trobau m perquè el complex $z = \frac{m+2i}{3-4i}$ sigui: a) Un nombre imaginari pur. b) Tengui per mòdul 10.
- Trobau m i n perquè els nombres complexos $z = \frac{3+mi}{2-5i}$ i $z_1 =$

$\frac{n}{3-4i}$ siguin iguals.

4. a) Resoleu l'equació $x^2 + 3x + 20 = 0$ dins els nombres complexos.
b) Resoleu l'equació $x^2 - 16 = 0$ dins els nombres complexos.
5. Donat el nombre complex $z = 1 + \sqrt{3}i$ es demana :
a) Passau a forma puntual i polar.
b) Calculau la seva potència quarta.
c) Calcula les arrels cúbica.

G E O M E T R I A

1. Trobau l'equació de la recta que passa per A (-1, 3) i és paral·lela a $4x - 2y - 7 = 0$
2. Donada la recta r: $3x - 5y + 15 = 0$, es demana :
a) vector director
b) Pendent
c) Equació vectorial
d) Àrea del triangle que forma amb els eixos de coordenades.
3. a) Trobau el punt A punt de tall de les rectes r: $x - 3y - 4 = 0$ i s: $4x + 2y - 2 = 0$.
b) Calculau l'equació de la recta que passa per A i és perpendicular a la bisectriu del primer quadrant.
4. a) Trobau l'angle que formen els vectors $\vec{a}(1,3)$ i $\vec{b}(-2,5)$
b) Dividiu el segment AB en tres parts iguals, on A (-3, 5) i B (0, -1).
5. a) Trobau l'equació general de la recta que passa per A (-1, 3) i B (2, 3).
b) Calculau la distància de l'origen de coordenades a la recta anterior.
6. Calculau en cada cas el valor de k, perquè la recta $2x + ky + 1 = 0$:
a) Passi pel punt A (2, 1)
b) Sigui paral·lela a r : $x + 2y - 5 = 0$
c) Sigui perpendicular a s: $2x - y + 4 = 0$
d) Formi amb els eixos de coordenades un triangle de 6 u² d'àrea.
7. Trobau la mediatriu del segment AB, on A (1, 2), B (-1, 4).
8. Trobau l'àrea del triangle de vèrtexs A(0, 0), B (-1, 2) i C (3, 4)
9. Calculau l'equació de la circumferència concèntrica amb $2x^2 + 2y^2 - 8x - 12y - 8 = 0$ que passa pel punt A(-1, 3).
10. Calculau l'equació de la el·lipse d'eixos 10 i 8 cm.
11. Calculau l'equació de la hipèrbola d'excentricitat 1,2 i distància focal 10.
12. Calculau l'equació de la paràbola de vèrtex A(-1,4), eix horitzontal i que passa per A(-2, 5).
13. Calculau l'equació de l'el·lipse de distància focal 10 i excentricitat 0,2.
14. Calculau k perquè les rectes r: $4x + 5y - 6 = 0$ i s: $2x - ky + 7 = 0$

siguin paral·leles. Distància entre elles.

15. Calculau l'equació de la hipèrbola de distància focal 12 i diàmetre major 8.

16. Trobau l'equació de la recta que passa per A(-1, 3) i forma un angle de 45° amb la recta $2x - 3y + 7 = 0$.

17. Trobau k perquè l'àrea del triangle de vèrtexs A(0,0), B (-1,3) i C(2,k) tenguí una àrea de 8 u².

ANÀLISI

1. Donades les funcions $f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x^2}}$, $g(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ es demana : a)

Domini. b) funció inversa. Comprovació. c) Recorregut. d) f composta amb g.

2. Resoleu les equacions :

a) $\log_3 \sqrt{27^5} = x$ b) $2 \log(3x+1) - \log(5x-5) = 1$ c) $4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x-2} - 59 = 0$

d) $5^{4x-3} = 23$ e) $\frac{\sqrt[5]{16}}{2} = \frac{1}{8^x}$ f) $\ln(3x-1) = 2$ g) $\log(x+10) -$

$\log(3x+100) = -1$

3. Trobau la funció inversa de $f(x) = 2 - 3 \ln(1 - 5 \cos 2x)$.

4. Calculau :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x - 12}{3x - 6}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{1 - x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x^2-9}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{3x^2 + 6x}$ e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{2x+1}\right)^{-3x+5}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{3x+5}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x - \sqrt{16x^2 - 3x + 1})$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt{x^2 + 3x + 7})$ i)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^2 + 3x - 2)$

5. Com s'ha de definir la funció $f(x) = \frac{x^3 - 8}{2 - x}$ perquè sigui contínua en $x = 2$.

6. Estudia la continuïtat de :

a) $f(x) = \begin{cases} 3x+5 & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } -1 < x < 2 \\ -x+2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ b) $g(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ c) $h(x) = \begin{cases} 2x+1 & \neq -1 \\ 0 & \text{si } x = -1 \end{cases}$

7. Calcula, aplicant la definició, la derivada de $f(x) = x^2 - 3x + 5$ en $x = 1$.

8. Deriva i opera si és possible :

a) $y = (3x-1) \cdot e^{2x}$ b) $y = \sqrt{x - \cos 5x}$ c) $y = (\cos 3x)^{\sin x^2}$
d) $y = (3 + 3 \sin 3(3x^3 + 3))^3$ e) $y = \arctan(\sqrt{5x-1})$

f) $y = \ln\left(\sqrt{\frac{2x+3}{2x-5}}\right)$ g) $y = x \cdot \arcsin(3x)$ h) $y = \operatorname{cosec}(7x^3 - 1)$

9. Trobau l'equació de la recta tangent a $f(x) = \frac{5x-1}{3x+2}$ en $x = 1$

10. Trobau l'equació de la recta tangent a $f(x) = x^2 + 6$ paral·lela a $2x - 6y + 3 = 0$.

11. Trobau l'equació de la recta tangent i normal a $f(x) = x^3 - 2x - 1$ en el seu punt d'inflexió.

12. Trobau a, b, c, d, en la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabent que té un extrem relatiu a $A(-1, 2)$ i un punt d'inflexió a $B(0, -3)$.

13. Estudi i gràfica de :

a) $y = \frac{x^2}{x-1}$ b) $y = x^3 - 6x + 1$ c) $y = \frac{4}{x^2+2}$ d) $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ e)

$$y = \frac{x}{x^2 - 1}$$

