DERIVADES DE FUNCIONS

1. Aplicant la definició de derivada, calcula la derivada de $F(x) = 3x^2-5x + 7$ en $x = 2$. [7].

2. Deriva i opera si és possible :

$a)\ y=\left(5x^2-3x+1\right)^9 \quad b)\ y=\sqrt[8]{x^3}-5x^9+\sqrt[3]{x} \quad c)\ y=7^{8x^2-7x+1} \quad d)\ y=e^{\sqrt{x}}+2$

$e)\ y=\sqrt[3]{e^{3x}+x^2-1} \quad f)\ y=x^4+4^x \quad g)\ y=\sqrt{4x+3} \quad h)\ y=6\left(2^x-x^2\right)^7-5x^7-x$

Solucions

$a)y'=9\left(5x^2-3x+1\right)^8\left(10x-3\right) \quad b)y'=\dfrac{3}{8\sqrt[8]{x^5}}-45x^8+\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \quad c)y'=7^{8x^2-7x+1}\ln 7\,\left(16x-7\right)$

$d)y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}} \quad e)y'=\dfrac{3e^{3x}+2x}{3\sqrt[3]{\left(e^{3x}+x^2-1\right)^2}} \quad f)y'=4x^3+4^x\ln 4 \quad g)y'=\dfrac{2}{\sqrt{4x+3}}$.

$h)y'=42\left(2^x-x^2\right)^6\left(2^x\ln 2-2x\right)-35x^6-1$

3. Deriva i opera si és possible:

$a)y=\ln\left(7x^5-4x^3+2x-1\right) \quad b)y=\ln\left(\sqrt{5x^4+2}\right) \quad c)y=\sqrt{\ln\left(5x^4+2\right)} \quad d)y=\ln(3^x-5x^2+1)$

$e)y=\left(7x^6-3\right)^{9x^2+1} \quad f)y=\left(5x^3-4x\right)^{8x-1} \quad g)y=\ln\left(7^{x+5}-x^7+1\right)^4 \quad h)y=\ln^7 x$

Solucions:

$a)y'=\dfrac{35x^4-12x^2+2}{7x^5-4x^3+2x-1} \quad b)y'=\dfrac{10x^3}{5x^4+2} \quad c)y'=\dfrac{10x^3}{\sqrt{\ln\left(5x^4+2\right)}\left(5x^4+2\right)} \quad d)y'=\dfrac{3^x\ln 3-10x}{3^x-5x^2+1}$

$e)y'=\left(9x^2+1\right)\left(7x^6-3\right)^{9x^2}\left(42x^5\right)+\left(7x^6-3\right)^{9x^2+1}\ln\left(7x^6-3\right)\left(18x\right) \quad f)y'=\left(8x-1\right)\left(5x^3-4x\right)^{8x-2}\left(15x^2-4\right)$

$+\left(5x^3-4x\right)^{8x-1}\ln\left(5x^3-4x\right)\left(8\right) \quad g)y'=\dfrac{7^{x+5}\ln 5-7x^6}{7^{x+5}-x^7+1} \quad h)y'=\dfrac{7\ln^6 x}{x}$

4. Deriva i opera si és possible:

$a)y=sin(e^x) \quad b)y=sin(\ln(x^2+1)) \quad c)y=sin^2\left(x^2+1\right)^2 \quad d)y=\cos(5^x) \quad e)y=\mathrm{tg}(-3x+6)$

$f)y=\cot g(x^{-2}) \quad g)y=arc\cos\left(\sqrt{x}\right) \quad h)y=\mathrm{arctg}(\ln x) \quad i)y=arc\,sin2x \quad j)y=(1-\cos x)\cot gx$

Solucions:

$a)y'=e^x\cos\left(e^x\right) \quad b)y'=\dfrac{2x\cos\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)}{x^2+1} \quad c)y'=8x(x^2+1)\,sin(x^2+1)^2\cos\left(x^2+1\right)^2$

$d)y'=-5^x\ln 5\,sin(e^x) \quad e)y'=-3\sec^2\left(-3x+6\right) \quad f)y'=2x^{-3}\cos ecx^{-2} \quad g)y'=\dfrac{-1}{2\sqrt{x-x^2}}$

$h)y'=\dfrac{1}{x\left(x+\ln^2 x\right)} \quad i)y'=\dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}} \quad j)y'=sinx\cot gx-(1-\cos x)\cos ec^2x$

DERIVADES DE FUNCIONS

5. Deriva i opera si és possible:

$a)\ y=\frac{1+x}{x-3}$ $b)\ y=e^{5x}\cdot\cos 3x$ $c)\ y=e^{\frac{1}{x}}$ $d)\ y=(x+1)^7\cdot e^{2x}$ $e)\ y=\left(\frac{2x-3}{x}\right)^4$

$f)\ y=\sec x\cdot \operatorname{cosec} x$

Solucions:

$a)\ y'=\frac{-4}{(x-3)^2}$ $b)\ y'=e^{5x}(5\cos 3x-3\sin 3x)$ $c)\ y'=-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ $d)\ y'=e^{2x}(x+1)^6(2x+9)$

$e)\ y'=-\frac{12(2x-3)^3}{x^5}$ $f)\ y'=-\frac{\cos 2x}{\cos^2 x-\sin^2 x}$

6. Deriva i opera si és possible:

$a)\ y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ $b)\ y=\ln\left(\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}\right)$ $c)\ y=\operatorname{arctg}\frac{2x}{1-x^2}$ $d)\ y=x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\arcsin\frac{x}{a}$ $e)\ y=x^x$

$f)\ y=\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ $g)\ y=\ln\left(\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)$ $h)\ y=e^{\ln(\sin^2 x)}$ $i)\ y=\operatorname{arctg}\frac{1+x}{1-x}-\operatorname{arctg}x$ $j)\ y=\arcsin\left(x^{\cos^2 x}\right)$

$k)\ y=\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Solucions:

$a)\ y'=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ $b)\ y'=-\frac{2x}{1-x^4}$ $c)\ y'=\frac{2x}{1-x^2}$ $d)\ y'=2\sqrt{a^2-x^2}$ $e)\ y'=x^x(\ln x+1)$ $f)\ y'=\frac{1}{8\sqrt[8]{x^7}}$

$g)\ y'=\sec x$ $h)\ y'=\sin 2x$ $i)\ y'=0$ $j)\ y'=\frac{x^{\cos^2 x}}{\sqrt{1-x^{2\cos^2 x}}}\left(\frac{\cos^2 x}{x}-\sin 2x\ln x\right)$ $k)\ y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

7. Per a quin valor de k, la derivada de la funció y= ln x^k val 3 si x=1 ?.[k=3].

8. Donada la funció $f(x)=\frac{mx^2-1}{x}$. Trobau m perquè f'(1)=0. [m=-1].

9. Trobau l'equació de la recta tangent al gràfic de la funció y = x^2-4x+2 en el punt x = 1.[y=-2x+1].

10 . Equació de la recta tangent i normal a la corba $y=e^{x^2+2x-1}$ en el punt x = 1.[y-1=0;x-1=0].

11. Calcula l'equació de la recta tangent a la corba y= x lnx que és paral·lela a la recta 3x-y+5=0. [3x-y-e^2 = 0].

12 Trobau el punt de la corba y = lnx^2 en el que la recta tangent és :

a) Paral·lela a x-2y+6=0. [(4, 4 ln2)]
b) Perpendicular a x+y-1=0.[(2, 2 ln2)].

13. En quin punt del gràfic de la funció f(x) = x^2-6x+8 la tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant.[(7/2, -3/4)].

14. Trobau els punts de la corba y = x^4-7x^3+13x^2+x+1, que tenen la tangent formant un angle de 45° amb l'eix d'abscisses.[(0, 1) , (2, 15) , (13/4 , 3285/ 256)].